

# Elettronica I – 3/2/2020

<b>Matricola</b>	<b>Valutazione</b>	<b>Matricola</b>	<b>Valutazione</b>
491995	INSUFF	489111	A
468038	INSUFF	492070	A
491315	INSUFF	476874	INSUFF
491158	INSUFF	492462	C
490251	INSUFF	489167	INSUFF
489887	INSUFF	464895	INSUFF
491163	INSUFF	461304	C

Legenda:  $28 \leq A \leq 30$ ,  $25 \leq B < 28$ ,  $22 \leq C < 25$ ,  $18 \leq D < 22$

Gli studenti sono invitati a prendere visione della soluzione, riportata di seguito, e del compito presso l'ufficio del docente.

Valutazione complessiva senza prova orale: A: 21, B: 20, C: 19, D:18

# Elettronica I - 3/02/2020

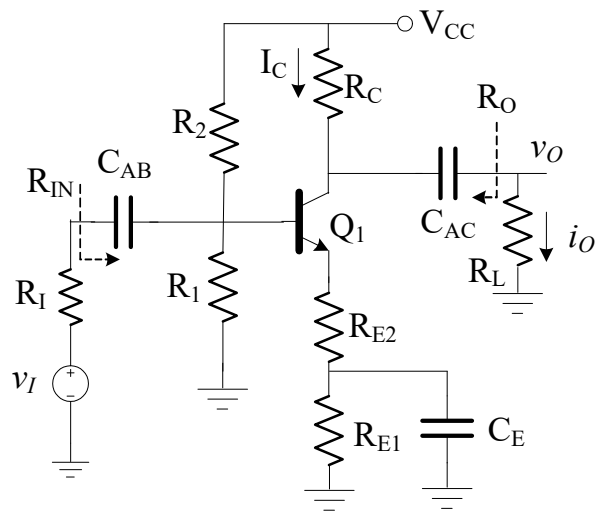
Nome e Cognome  
(stampatello): \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_

Tipo e Numero di documento: \_\_\_\_\_ Firma: \_\_\_\_\_

Esame orale  in questo appello  appello successivo  solo scritto

## Esercizio n.1

1. Dimensionare l'amplificatore CE ( $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_{E1}$ ,  $R_{E2}$ ,  $R_C$ ,  $C_{AB}$ ,  $C_{AC}$ ,  $C_E$ ) in figura in modo che
  - $|A_V| = |v_o/v_i| = 5$
  - $R_O = 10k\Omega$
  - $I_C = 1mA$ ,  $V_{CE} = 5V$  (zona attiva)
  - frequenza di taglio inferiore  $f_L = 100$  Hz
2. scrivere la netlist SPICE necessaria a simulare il punto di lavoro e la risposta in AC della rete



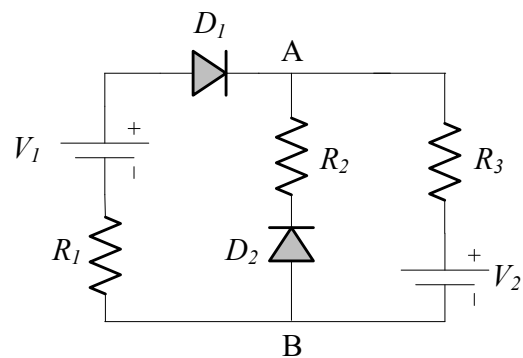
DATI:  $V_{CC} = 25V$ ,  $R_I = 100\Omega$ ,  $R_L = 100k\Omega$ ,  $Q_1: \{\beta_F = 100, V_{BE,ON} = 0.7\}$

NOTA: si dimostrino tutte le equazioni utilizzate a partire dal modello di ampio segnale del transistor

## Esercizio n.2

Con riferimento al circuito di figura:

1. Determinare il punto di lavoro (corrente, tensione) dei diodi  $D_1$ ,  $D_2$  e la d.d.p.  $V_{AB}$ .
2. scrivere la netlist SPICE necessaria per effettuare la simulazione relativa al punto precedente.



DATI:  $R_1 = 1k\Omega$ ,  $R_2 = 10k\Omega$ ,  $R_3 = 10k\Omega$ ,  $V_1 = 15V$ ,  $V_2 = 10V$ ,  $D_1, D_2: (V_{ON} = 0.6V, R_S = 0, I_S = 1nA)$

### Soluzione p.1.1

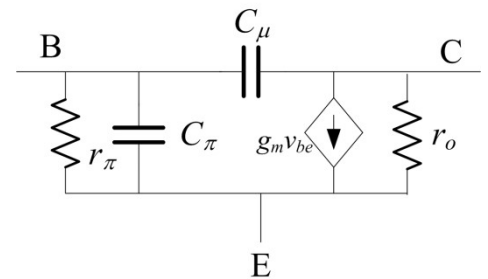
Dobbiamo usare i dati del problema e scrivere un sistema di equazioni per ottenere i valori dei componenti richiesti.

Poichè è noto il punto di lavoro ( $I_C$ - $V_{CE}$ ) del transistor possiamo determinare innanzitutto i parametri di piccolo segnale del transistor stesso poichè essi influenzano le proprietà di piccolo segnale dell'intero amplificatore tra cui  $A_v$ ,  $R_O$ ,  $f_L$  che sono noti.

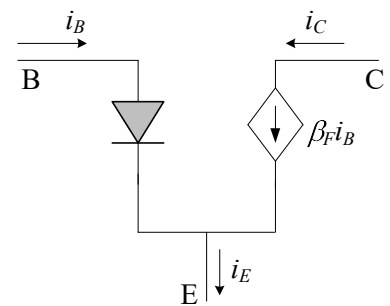
Il modello di piccolo segnale completo è riportato in figura.

Poichè non vengono forniti i dati per calcolare  $C_\pi$  e  $C_\mu$ , assumiamo che siano nulle.

Poichè è noto che  $Q_1$  è polarizzato in zona attiva diretta, il modello di ampio segnale a medie-basse frequenze (in figura) è



$$\begin{cases} \beta_F = \beta_{FO} \left[ 1 + \frac{v_{CE}}{V_A} \right] \\ i_B \approx \frac{I_S}{\beta_{FO}} e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \\ i_C \approx I_S \left[ 1 + \frac{v_{CE}}{V_A} \right] e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \end{cases}$$



e i parametri del modello sono ( $V_A = \infty$ )

$$\beta_O \approx \beta_F = 100$$

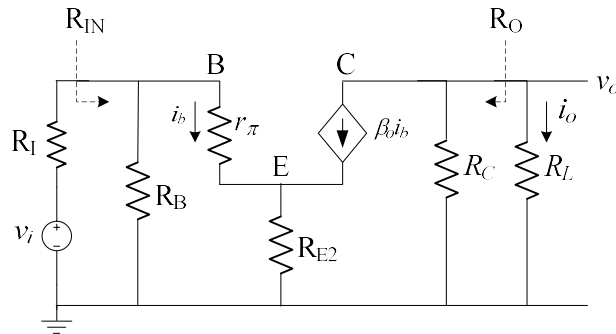
$$g_m = \left. \frac{\partial i_C}{\partial v_{BE}} \right|_{Q\text{-point}} = \frac{I_C}{V_T} = 38.6 \text{ mA/V}$$

$$r_o = \left( \left. \frac{\partial i_C}{\partial v_{CE}} \right|_{Q\text{-point}} \right)^{-1} = \left( \frac{I_C}{V_A + V_{CE}} \right)^{-1} = \infty$$

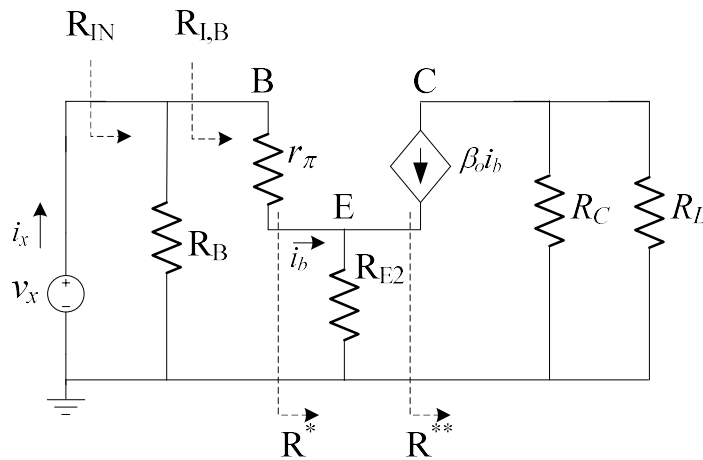
$$r_\pi = \left( \left. \frac{\partial i_B}{\partial v_{BE}} \right|_{Q\text{-point}} \right)^{-1} = \left( \frac{I_C}{\beta_O V_T} \right)^{-1} = \frac{\beta_O}{g_m} = 2.59 \text{ k}\Omega$$

Procediamo adesso al calcolo simbolico di  $A_V$ ,  $R_{IN}$  (necessaria al calcolo di  $A_V$ ) e  $R_O$  a medie frequenze che, essendo noti, possono essere legati ai valori da assegnare ai componenti circuitali.

A medie frequenze le capacità  $C_{AB}$ ,  $C_{AC}$ ,  $C_E$  possono essere considerate corto-circuiti. Il modello di piccolo segnale della rete è riportato in figura ( $R_B=R_1//R_2$ )

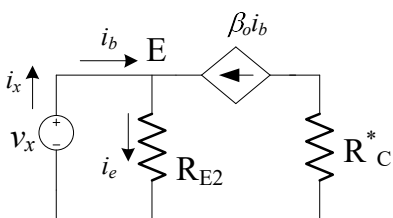


Per il calcolo della resistenza di ingresso colleghiamo un generatore di prova  $v_x$  ai terminali di ingresso e calcoliamo il rapporto tra  $v_x$  e la corrente  $i_x$  che il generatore deve erogare



$$R_{IN} = \frac{v_x}{i_x} = R_B // R_{L,B} = R_B // (r_\pi + R^*) \quad R_{L,B} = r_\pi + R^*$$

Il problema diventa quindi il calcolo di  $R^*$  che può essere risolto ponendo un generatore di prova  $v_x$  ai capi di  $R_{E2}$  ( $R^*_C=R_C//R_L$ )



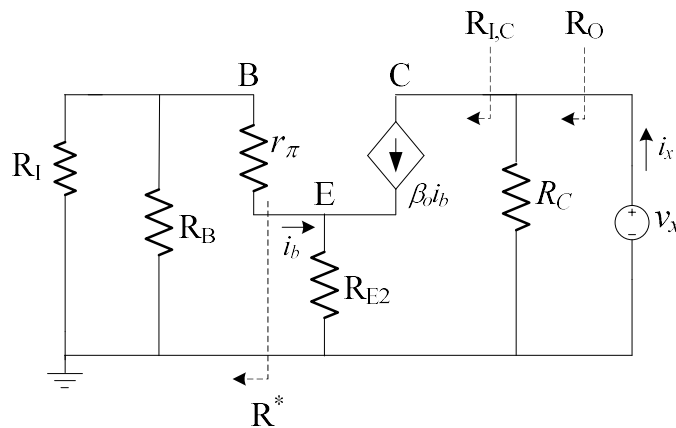
$$i_x = i_b$$

$$v_x = i_e R_{E2} = (\beta_0 + 1) i_b R_{E2} = (\beta_0 + 1) i_x R_{E2} \rightarrow R^* = \frac{v_x}{i_x} = R_{E2} (\beta_0 + 1)$$

$$R_{I,B} = r_\pi + R^*$$

$$R_{IN} = R_B // R_{I,B}$$

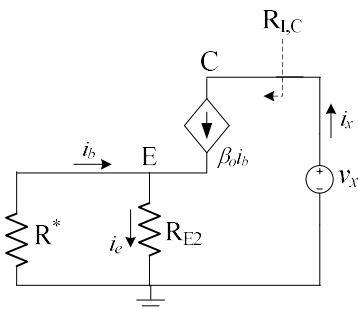
Per il calcolo della resistenza di uscita passiviamo l'ingresso ( $v_i=0$ ) e colleghiamo un generatore di prova  $v_x$  ai terminali di uscita



La resistenza di uscita è data dal rapporto tra  $v_x$  e la corrente  $i_x$  che il generatore deve erogare

$$R_O = \frac{v_x}{i_x} = R_C // R_{I,C}$$

Per il calcolo di  $R_{I,C}$  i) poniamo un generatore di prova  $v_x$  tra C e massa; ii) semplifichiamo, con una resistenza equivalente  $R^* = (R_1 // R_B) + r_\pi$ , la rete resistiva a monte dell'emettitore (semplificazione possibile poichè  $i_b$  resta nella porzione di circuito che contiene il generatore controllato)

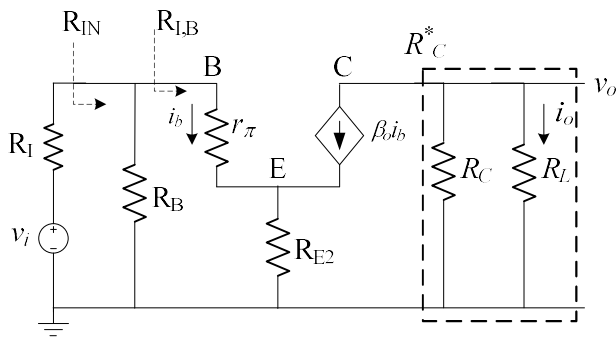


$$i_e = (\beta_0 + 1)i_b$$

$$v_e = -i_b R^* = i_e R_{E2} = (\beta_0 + 1)i_b R_{E2} \rightarrow i_b = 0 \rightarrow i_x = \beta_0 i_b = 0 \rightarrow R_{I,C} = \frac{v_x}{i_x} = \infty$$

$$R_O = R_C // R_{I,C} = R_C$$

Infine per il calcolo del guadagno facciamo nuovamente riferimento al circuito di piccolo segnale completo ( $R^*_C = R_C // R_L$ )



$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{v_b}{v_i} \frac{v_o}{v_b}$$

$$\begin{cases} \frac{v_b}{v_i} = \frac{R_{IN}}{R_{IN} + R_I} \\ \frac{v_o}{v_b} = \frac{-\beta_0 i_b R_C^*}{i_b R_{I,B}} = \frac{-\beta_0 R_C^*}{R_{I,B}} \end{cases} \rightarrow A_v = \frac{R_{IN}}{R_{IN} + R_I} \left( \frac{-\beta_0 R_C^*}{R_{I,B}} \right)$$

Le informazioni sul punto di lavoro ( $I_C, V_{CE}$ ), sul guadagno  $A_V$ , e sulla resistenza di uscita  $R_O$  ci permettono di scrivere delle equazioni che coinvolgono le variabili incognite ( $R_1, R_2, R_{E1}, R_{E2}, R_C$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \quad R_O = R_C \\ 2) \quad V_{CC} \underset{\beta_F \gg 1}{\approx} V_{CE} + I_C(R_C + R_E) \quad R_E = R_{E1} + R_{E2} \\ 3) \quad \frac{V_{CC}}{R_1 + R_2} \gg I_B = \frac{I_C}{\beta_F} \rightarrow R_1 + R_2 \ll \frac{V_{CC}\beta_F}{I_C} \rightarrow R_1 + R_2 = \frac{V_{CC}\beta_F}{10I_C} \\ 4) \quad V_B \underset{\beta_F \gg 1}{\approx} V_{BE,ON} + R_E I_C \\ 5) \quad A_V = \frac{R_{IN}}{R_{IN} + R_I} \left( \frac{-g_m R_C^*}{1 + g_m R_{E2}} \right) \\ 6) \quad R_{IN} = R_B // R_{i,B} = R_1 // R_2 // [r_\pi (1 + g_m R_{E2})] \end{array} \right.$$

Le equazioni 2-4 sono relative al punto di lavoro, mentre le 1, 5, 6 sono relative al modello AC discusso in precedenza. L'equazione 3 in particolare è la condizione per rendere il potenziale DC di base indipendente dall'esatto valore di  $\beta_F$ .

Il sistema di equazioni 1-6 può essere risolto nelle 6 incognite ( $R_1, R_2, R_{E1}, R_{E2}, R_C, R_{IN}$ ).

dalla 1)  $R_C = R_O = 10\text{k}\Omega \rightarrow R_C^* = R_C // R_L = 9.1\text{k}\Omega$

dalla 2)  $R_E = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C} - R_C = 10\text{k}\Omega = R_{E1} + R_{E2}$

dalla 3)  $R_1 + R_2 = \frac{V_{CC}\beta_F}{10I_C} = 250\text{k}\Omega \rightarrow V_B \approx V_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

$$V_B \approx V_{BE,ON} + R_E I_C = 10.7\text{V} \approx V_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

dalla 4)  $\rightarrow R_1 = (R_1 + R_2) \frac{V_B}{V_{CC}} = 107\text{k}\Omega \rightarrow R_2 = 143\text{k}\Omega$

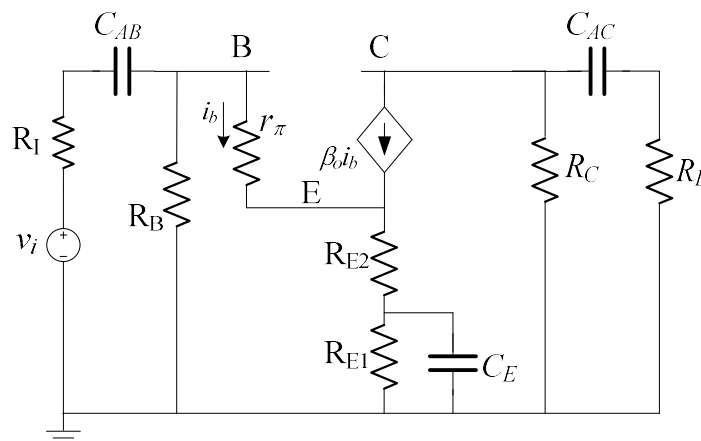
dalla 6)  $\frac{R_{IN}}{R_{IN} + R_I} = \frac{R_{IN} // R_I}{R_I} = \frac{R_1 // R_2 // [r_\pi (1 + g_m R_{E2})] // R_I}{R_I} \underset{R_I \ll R_1, R_2, r_\pi}{\approx} 1$

dalla 5)  $|A_V| \approx \frac{g_m R_C^*}{1 + g_m R_{E2}} \rightarrow R_{E2} = 1.8\text{k}\Omega \rightarrow R_{E1} = 8.2\text{k}\Omega$

Per il calcolo delle capacità  $C_{AB}$ ,  $C_{AC}$ ,  $C_E$  usiamo il metodo delle costanti di tempo in corto-circuito che lega il loro valore a  $f_L$

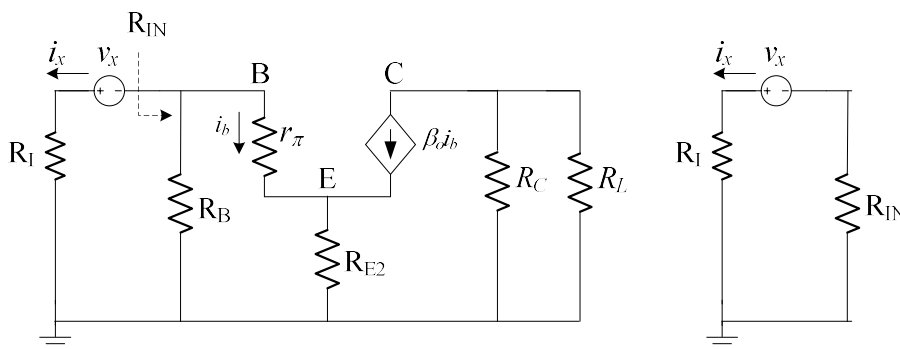
$$f_L \approx \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{R_{CAB} C_{AB}} + \frac{1}{R_{CAC} C_{AC}} + \frac{1}{R_{CE} C_E} \right)$$

dove  $R_{CAB}$ ,  $R_{CAC}$ ,  $R_{CE}$  sono le resistenze viste da  $C_{AB}$ ,  $C_{AC}$  e  $C_E$  rispettivamente che vanno calcolate. A tal proposito dobbiamo analizzare il modello equivalente AC della rete a medie-basse frequenze



dove abbiamo considerato che le capacità  $C_{\mu}$  e  $C_{\pi}$  abbiano una impedenza talmente grande da poter essere considerati come dei circuiti aperti.

Per il calcolo di  $R_{CAB}$  i) assumiamo che, nella banda di interesse, le capacità  $C_{AC}$  e  $C_E$  siano di valore sufficientemente grande da poter essere sostituiti con dei corto-circuiti; ii) passiviamo il generatore di tensione indipendente  $v_i$  (sostituiamolo con un corto-circuito); iii) applichiamo un generatore di prova  $v_x$  al posto di  $C_{AB}$ . Otteniamo la rete

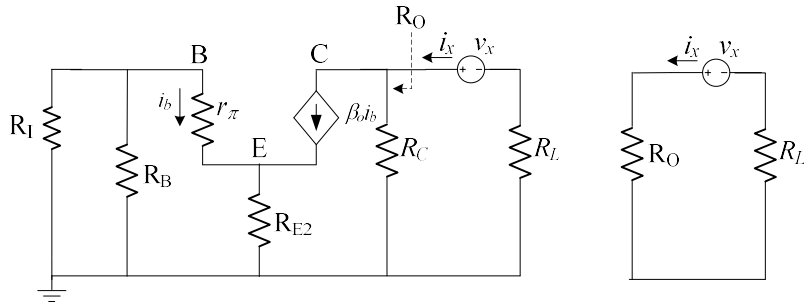


La resistenza vista da  $C_{AB}$  è data dal rapporto tra  $v_x$  e la corrente  $i_x$  che  $v_x$  stesso deve erogare



$$R_{CAB} = \frac{v_x}{i_x} = R_I + R_{IN}$$

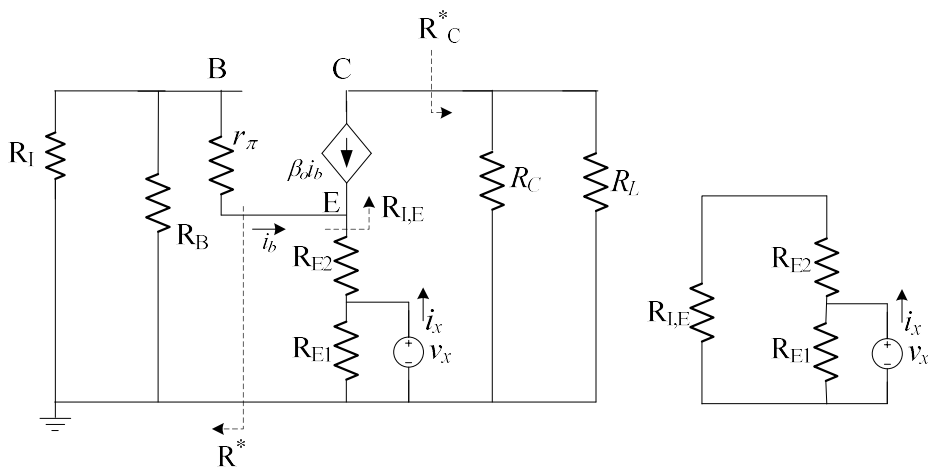
Per il calcolo di  $R_{CAC}$  i) assumiamo che, nella banda di interesse, le capacità  $C_{AB}$  e  $C_E$  siano di valore sufficientemente grande da poter essere sostituiti con dei corto-circuiti; ii) passiviamo il generatore di tensione indipendente  $v_i$  (sostituiamolo con un corto-circuito); iii) applichiamo un generatore di prova  $v_x$  al posto di  $C_{AC}$ . Otteniamo la rete



La resistenza vista da  $C_{AC}$  è data dal rapporto tra  $v_x$  e la corrente  $i_x$  che  $v_x$  stesso deve erogare

$$R_{CAC} = \frac{v_x}{i_x} = R_L + R_0$$

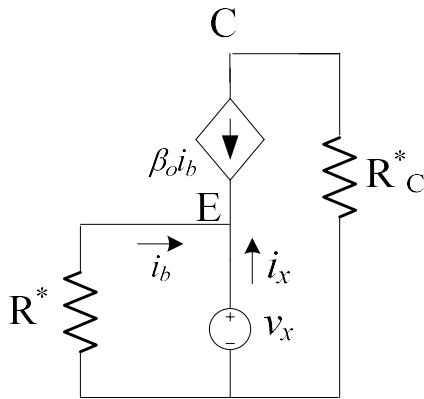
Per il calcolo di  $R_{CE}$  i) assumiamo che, nella banda di interesse, le capacità  $C_{AB}$  e  $C_{AC}$  siano di valore sufficientemente grande da poter essere sostituiti con dei corto-circuiti; ii) passiviamo il generatore di tensione indipendente  $v_i$  (sostituiamolo con un corto-circuito); iii) applichiamo un generatore di prova  $v_x$  al posto di  $C_E$ . Otteniamo la rete



Il circuito può essere semplificato come in figura a destra dove  $R_{I,E}$  è la resistenza di ingresso al terminale di emettitore. La resistenza vista da  $C_E$  è data dal rapporto tra  $v_x$  e la corrente  $i_x$  che  $v_x$  stesso deve erogare

$$R_{CE} = \frac{v_x}{i_x} = R_{E1} // (R_{E2} + R_{I,E})$$

Per il calcolo di  $R_{I,E}$  i) applichiamo un generatore di prova  $v_x$  direttamente al terminale di emettitore; ii) semplifichiamo la rete a monte dell'emettitore con la resistenza equivalente  $R^*=(R_I//R_B)+r_\pi$ ; iii) semplifichiamo la rete a valle del collettore con la resistenza equivalente  $R^*_C$



$$i_x = -i_b (\beta_0 + 1)$$

$$v_x = -i_b R^* = i_x \frac{R^*}{\beta_0 + 1} \rightarrow R_{I,E} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{R^*}{\beta_0 + 1}$$

$$\text{per cui } R_{CE} = R_{E1} // (R_{E2} + R_{I,E})$$

In definitiva le resistenze viste sono

$$R_{CAB} = R_I + R_{IN} = R_I + R_1 // R_2 // [r_\pi (1 + g_m R_{E2})] = 45.9 \text{ k}\Omega$$

$$R_{CAC} = R_L + r_o = 110 \text{ k}\Omega$$

$$R_{CE} = R_{E1} // (R_{E2} + R_{I,E}) \quad R_{I,E} = \frac{r_\pi + (R_I // R_1 // R_2)}{1 + \beta_0} = 26 \Omega \rightarrow R_{CE} = 1.5 \text{ k}\Omega$$

Imponiamo uno dei tre poli al valore della  $f_L$  e gli altri 2 una decade più in basso in modo che il limite di banda inferiore sia definito da un polo dominante. Per limitare i valori della capacità scegliamo di porre il polo relativo a  $C_E$  (resistenza vista più bassa) a  $f_L$  e quelli relativi a  $C_{AB}$  e  $C_{AC}$  una decade più in basso

$$C_E = \frac{1}{2\pi f_L R_{CE}} = 1 \mu\text{F}$$

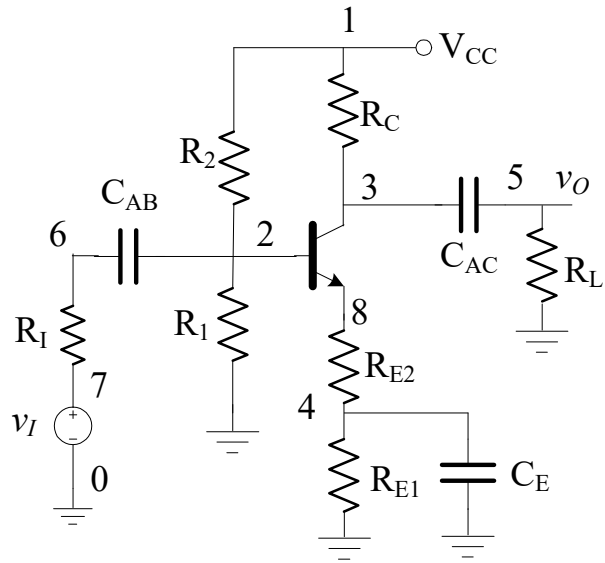
$$C_{AB} = \frac{10}{2\pi f_L R_{CAB}} = 346 \text{ nF}$$

$$C_{AC} = \frac{10}{2\pi f_L R_{CAC}} = 145 \text{ nF}$$

Soluzione p.1.2

netlist progetto amplificatore CE

```
VCC 1 0 25
R1 2 0 107k
R2 1 2 143k
RE1 4 0 8.2k
RE2 8 4 1.8k
RC 1 3 10k
CAB 6 2 346n
CAC 3 5 145n
CE 4 0 1u
Q1 3 2 8 bjtmodel
.model bjtmodel NPN BF=100
RI 6 7 100
RL 5 0 100k
VI 7 0 AC 1
.OP
.AC DEC 100 1 1e5
PROBE V(5)
.END
```

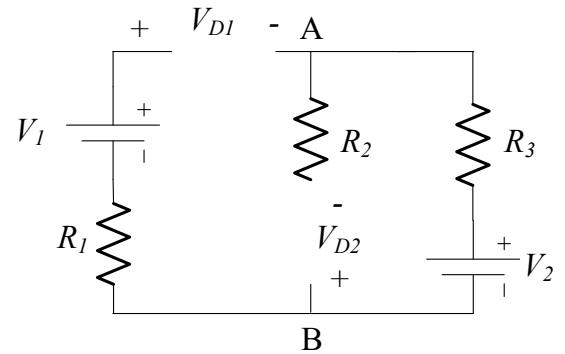


### Soluzione p.2.1

Il generatore  $V_1$  tende a polarizzare direttamente  $D_1$ , mentre  $V_2$  tende a polarizzare inversamente  $D_1$ . Non è possibile quindi a priori preferire una regione di funzionamento nella ipotesi sullo stato di  $D_1$ . Sia  $V_1$  che  $V_2$  tendono a polarizzare inversamente  $D_2$ , quindi in questo caso è ragionevole partire con l'ipotesi  $D_2$  OFF.

Partiamo con l'ipotesi ( $D_1$  OFF,  $D_2$  OFF) invece che ( $D_1$  ON,  $D_2$  OFF) poichè la rete da risolvere è più semplice. Sostituiamo quindi entrambi i diodi con dei circuiti aperti.

Per vedere se l'ipotesi è corretta, dobbiamo vedere se  $V_{D1} \leq V_{ON} = 0.6V$  e  $V_{D2} \leq V_{ON} = 0.6V$ . Calcoliamo quindi  $V_{D1}$  e  $V_{D2}$ .

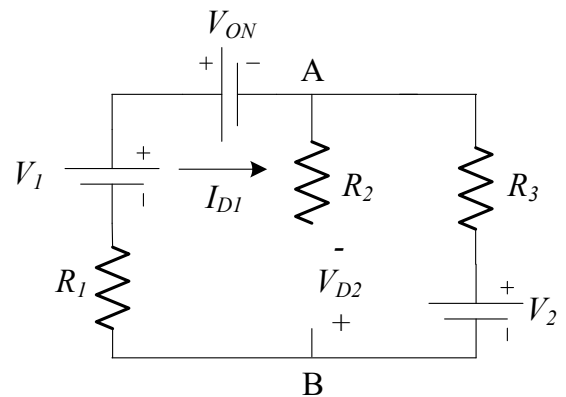


$$V_{D1} = V_1 - V_2 = (15 - 10)V = 5V > V_{ON} \quad \text{Hp non verificata!}$$

Poichè l'ipotesi su  $D_1$  è non verificata, risulta inutile controllare l'ipotesi su  $D_2$ .

Ricominciamo quindi facendo l'ipotesi ( $D_1$  ON,  $D_2$  OFF). Sostituiamo  $D_1$  con un generatore di valore  $V_{ON}$  ( $R_S=0$ ), mentre sostituiamo  $D_2$  con un circuito aperto

Per vedere se l'ipotesi è corretta, dobbiamo vedere se  $I_{D1} \geq 0$  e  $V_{D2} \leq V_{ON} = 0.6V$ . Calcoliamo quindi  $I_{D1}$  e  $V_{D2}$ .



$$I_{D1} = \frac{V_1 - V_{ON} - V_2}{R_1 + R_3} = \frac{(15 - 0.6 - 10)V}{(10^3 + 10^4)\Omega} = 400\mu A \geq 0 \quad \text{Hp su } D_1 \text{ OK}$$

Poichè l'ipotesi su  $D_1$  è singolarmente verificata, continuiamo con la verifica su  $D_2$ .

$$V_{D2} = -V_2 - I_{D1}R_3 = -10 - 4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4 = -14V \leq V_{ON} = 0.6V \quad \text{Hp su } D_2 \text{ OK}$$

Poichè le ipotesi su entrambi i diodi risultano verificate, lo stato dei diodi è effettivamente ( $D_1$  ON,  $D_2$  OFF) ed il loro punto di lavoro è

$$Q_1 : (I_{D1}=400\mu A, V_{D1}=V_{ON}=0.6V)$$

$$Q_2 : (I_{D2}=0, V_{D2}=-14V)$$

Per ultimo possiamo calcolare  $V_{AB} = -V_{D2} = 14V$ .

Soluzione p.2.2

netlist esercizio n.2

V1 1 5 DC 15

R1 5 0 1e3

D1 1 2 Dmodel

R2 2 3 1e4

D2 0 3 Dmodel

R3 2 4 1e4

V2 4 0 DC 10

.model Dmodel D IS=1e-9

.OP

.END

