

Elettronica I – 20/1/2020

Matricola	Valutazione
478301	A
492462	INSUFF
489488	INSUFF
476874	INSUFF
464895	INSUFF
489864	INSUFF
461304	INSUFF
490308	INSUFF
491424	D
491995	INSUFF

Legenda: $28 \leq A \leq 30$, $25 \leq B < 28$, $22 \leq C < 25$, $18 \leq D < 22$

Gli studenti sono invitati a prendere visione della soluzione, riportata di seguito, e del compito presso l'ufficio del docente.

Valutazione complessiva senza prova orale: A: 21, B: 20, C: 19, D:18

NOTA

La maggioranza degli errori riguardano la risoluzione delle reti elettriche (equazioni di Kirkoff), argomento trattato nel corso di Elettrotecnica. Si consiglia di rivedere tale argomento in modo approfondito.

Elettronica I –20/1/2020

Nome e Cognome (stampatello): _____ Matricola: _____

Tipo e Numero di documento: _____ Firma: _____

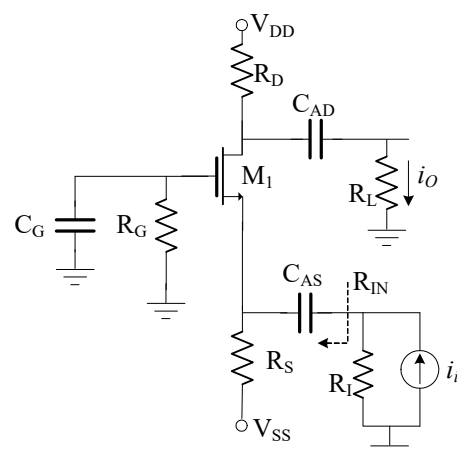
Esame orale in questo appello appello successivo solo scritto

note: firmare e indicare su ogni foglio consegnato nome, cognome e matricola; il presente foglio va consegnato unitamente all'elaborato; è consentito solo l'uso della calcolatrice; il risultato della prova sarà pubblicato sul sito personale del docente.

Esercizio n.1

Con riferimento al circuito di figura

1. verificare che M_1 è polarizzato in saturazione e determinare il punto di lavoro (I_D , V_{DS} , V_{GS}).
2. determinare i parametri del modello di piccolo segnale di M_1 (g_m , r_o , C_{GS} , C_{GD})
3. determinare, nell'intervallo delle medie frequenze ($C_{AS} \rightarrow \infty$, $C_{AD} \rightarrow \infty$, $C_G \rightarrow \infty$), la resistenza di ingresso (R_{IN}) e il guadagno di corrente $A_I = i_o/i_i$
4. stimare la frequenza di taglio superiore (f_H)
5. scrivere la netlist SPICE in grado di simulare il punto di lavoro, la risposta in frequenza per $f \geq 10\text{Hz}$, la risposta al transitorio ad un ingresso sinusoidale $i_i(t) = 0.1\text{A} + 0.05\sin(2\pi ft)$ con $f = 100\text{kHz}$ e relativa distorsione armonica.

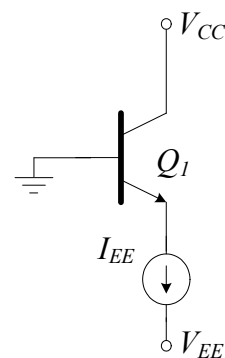


DATI: $V_{DD} = 20\text{V}$, $V_{SS} = -10\text{V}$, $R_G = 1\text{M}\Omega$, $R_D = 5\text{k}\Omega$, $R_S = 5\text{k}\Omega$, $R_i = 100\text{k}\Omega$, $R_L = 50\Omega$, $C_{AS} = 47\text{nF}$, $C_{AD} = 47\text{nF}$, $C_G = 47\text{nF}$, $M_1: \{K'_N \text{ (KP)} = 204\mu\text{A}/\text{V}^2$, $V_{TN}(\text{VTO}) = 0.5\text{V}$, $W = 1\mu\text{m}$, $L = 10\mu\text{m}$, $t_{ox}(\text{TOX}) = 1\text{nm}$, $C_{GD,OV}(\text{CGDO}) = C_{GS,OV}(\text{CGSO}) = 0.5\text{fF}/\mu\text{m}\}$

NOTA: si dimostrino tutte le equazioni utilizzate a partire dal modello di ampio segnale del transistor

Esercizio n.2

Con riferimento al circuito in figura, determinare il punto di lavoro (I_B , I_C , I_E , V_{BE} , V_{BC}) di Q_1 utilizzando il modello di Ebers-Moll.

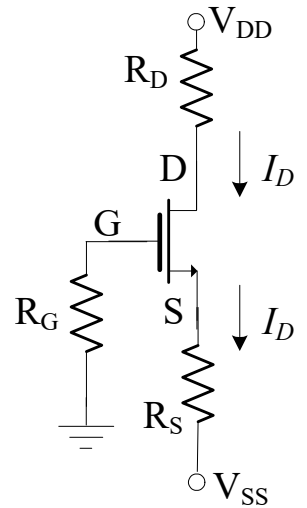


DATI: $V_{CC} = 5\text{V}$, $V_{EE} = -15\text{V}$, $I_{EE} = 100\mu\text{A}$, $Q_1: (I_S = 0.1\text{fA}$, $\alpha_F = 0.95$, $\alpha_R = 0.5)$.

Soluzione p.1

In DC le capacità sono circuiti aperti. Identifichiamo correnti e nodi nel circuito come in figura.

Poichè è noto che M_1 è polarizzato in saturazione, la rete è descritta dal sistema di equazioni ($I_G=0$)



$$\begin{cases} 0 = V_{GS} + R_S I_D + V_{SS} & \text{(eq. maglia ingresso)} \\ V_{DD}^* = R_{DS} I_D + V_{DS} & \text{(eq. maglia uscita)} \\ I_D = \frac{K_N}{2} (V_{GS} - V_{TN})^2 & \text{(curva IV di M1)} \end{cases}$$

con

$$\begin{cases} V_{DD}^* = V_{DD} - V_{SS} = 30V \\ R_{DS} = R_D + R_S = 10k\Omega \\ K_N = K_N' \frac{W}{L} = 20.4 \mu A/V^2 \end{cases}$$

Sostituendo la prima nella terza si ottiene una equazione di secondo grado nella variabile incognita I_D

$$aI_D^2 + bI_D + c = 0$$

con

$$\begin{cases} a = \frac{R_S^2 K_N}{2} = 255 A^{-1} \\ b = [R_S K_N (V_{SS} + V_{TN}) - 1] = -1.97 \\ c = \frac{K_N (V_{SS} + V_{TN})^2}{2} = 920 \mu A \end{cases}$$

$$\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac} = 1.71$$

$$I_D = \frac{-b \pm \Delta}{2a} = \begin{cases} 7.2\text{mA} \\ 0.5\text{mA} \end{cases}$$

$$V_{GS} - V_{TN} = -(I_D R_S + V_{SS}) - V_{TN} = \begin{cases} -26.6\text{V} < 0 \text{ soluzione non accettabile} \\ 7\text{V} > 0 \text{ soluzione possibile} \end{cases}$$

$$V_{DS} = V_{DD}^* - I_D R_{DS} = 25\text{V} > V_{GS} - V_{TN} = 7 \text{ soluzione OK}$$

Il transistor M1 risulta effettivamente polarizzato in saturazione e il punto di lavoro è

$$Q_1 : \begin{cases} I_D = 0.5\text{mA} \\ V_{DS} = 25\text{V} \\ V_{GS} = 7\text{V} + V_{TN} = 7.5\text{V} \end{cases}$$

Soluzione p.2

Il modello di piccolo segnale completo è riportato in figura. I parametri del modello sono funzione del punto di lavoro (I_D - V_{DS}); poichè è noto che M1 è polarizzato in saturazione il modello di ampio segnale a medie-basse frequenze è

$$i_D = \frac{K_N}{2} (v_{GS} - V_{TN})^2 (1 + \lambda v_{DS})$$

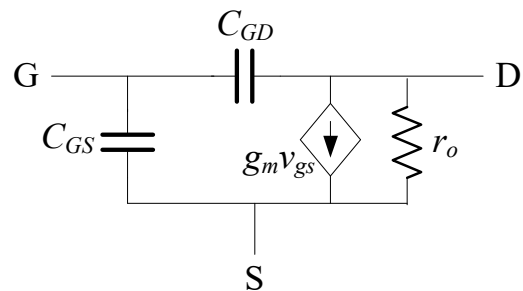
I parametri del modello sono ($\lambda=0$)

$$g_m = \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \right|_{Q\text{-point}} = \sqrt{2K_N I_D (1 + \lambda V_{DS})} = 143 \mu\text{A/V}$$

$$r_o = \left(\left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}} \right|_{Q\text{-point}} \right)^{-1} = \frac{1 + \lambda V_{DS}}{\lambda I_D} = \infty$$

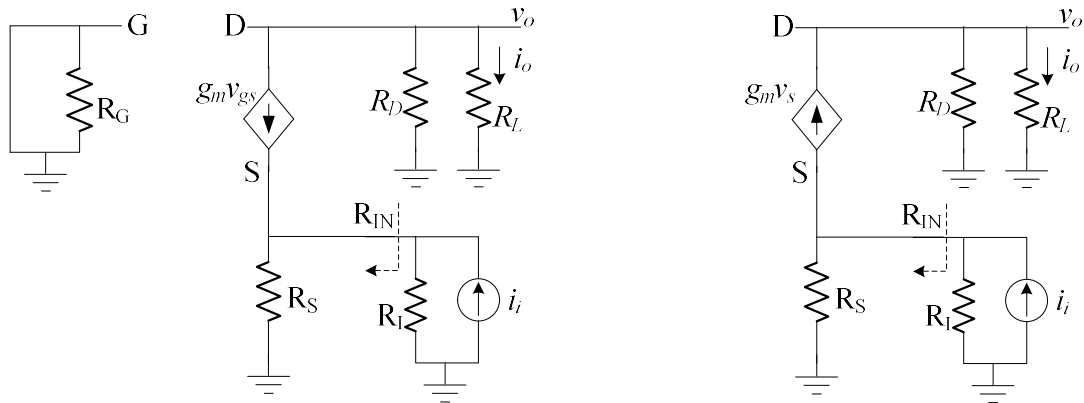
$$C_{GD} = C_{GD,OV} W = 0.5\text{fF}$$

$$C_{GS} = \frac{2}{3} \frac{\epsilon_{SiO_2}}{t_{ox}} WL + C_{GS,OV} W = 230\text{fF}$$



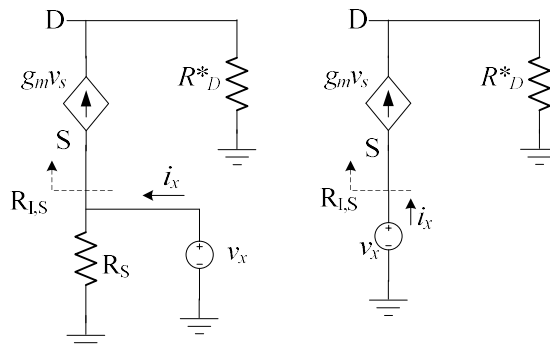
Soluzione p.3

A medie frequenze le capacità C_{AS} , C_{AD} , C_G possono essere considerate corto-circuiti, mentre le capacità C_{GS} e C_{GD} possono essere considerate circuiti-aperti. Il modello di piccolo segnale della rete è riportato in figura



La capacità C_G cortocircuita dinamicamente la resistenza R_G e il Gate a massa; possiamo quindi considerare la rete equivalente a destra dove il generatore $g_m v_{gs}$ eroga verso l'alto la corrente $g_m v_s$ ($v_g=0$).

Per il calcolo della resistenza di ingresso colleghiamo un generatore di prova v_x ai terminali di ingresso (figura a sinistra) e calcoliamo il rapporto tra v_x e la corrente i_x che il generatore deve erogare ($R^*_D=R_D/R_L \approx 50\Omega$)



$$R_{IN} = \frac{v_x}{i_x} = R_S // R_{I,S}$$

Per il calcolo di $R_{I,S}$ poniamo il generatore di prova direttamente al terminale di source (figura a destra)

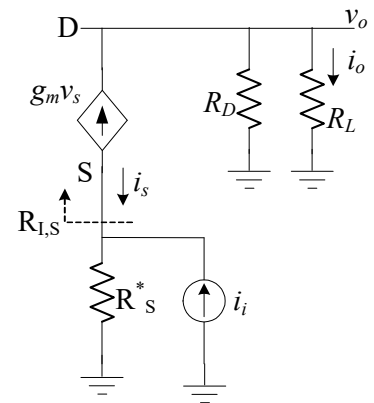
$$i_x = g_m v_s = g_m v_x \rightarrow R_{I,S} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{1}{g_m} = 7\text{k}\Omega$$

$$R_{IN} = R_S // R_{I,S} = \frac{R_S}{1 + g_m R_S} = 2.9\text{k}\Omega$$

Per il calcolo del guadagno di corrente facciamo nuovamente riferimento al circuito di piccolo segnale completo ($R^*_S=R_S/R_I \approx 4.76k\Omega$)

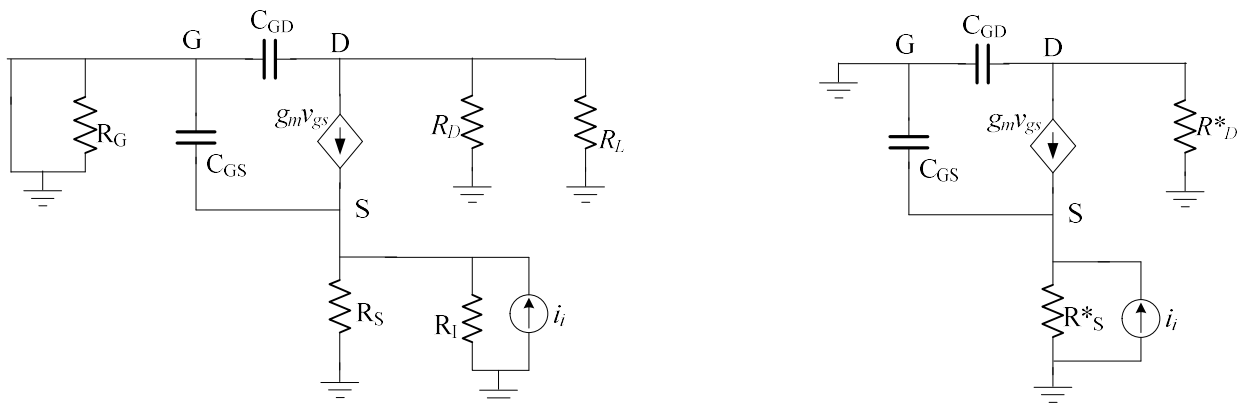
$$A_I = \frac{i_o}{i_i} = \frac{i_s}{i_i} \frac{i_o}{i_s}$$

$$\begin{cases} \frac{i_s}{i_i} = -\frac{R^*_S}{R^*_S + R_{I,S}} \\ \frac{i_o}{i_s} = \frac{v_o}{R_L i_s} = -\frac{R^*_D}{R_L} \end{cases} \rightarrow A_I = \frac{R^*_S}{R^*_S + R_{I,S}} \frac{R^*_D}{R_L} = 0.4$$



Soluzione p.4

Per il calcolo del limite superiore di banda assumiamo che, nella banda di interesse (medio-alte frequenze), le capacità C_{AS} , C_{AD} e C_G abbiano una impedenza talmente piccola da poter essere considerati come dei corto-circuiti. In tale situazione il modello equivalente AC della rete a medio-alte frequenze è (semplificazione a destra)

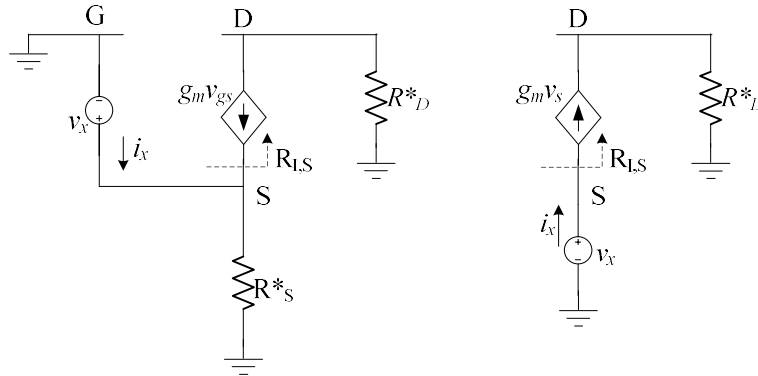


Stimiamo il limite superiore di banda (f_H) attraverso il metodo delle costanti di tempo a circuito-aperto

$$f_H \approx \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{R_{CGS} C_{GS} + R_{CGD} C_{GD}} \right)$$

dove R_{CGS} e R_{CGD} sono le resistenze viste da C_{GS} e C_{GD} rispettivamente.

Per il calcolo di R_{CGS} i) assumiamo che, nella banda di interesse la capacità C_{GD} sia di valore sufficientemente piccolo da poter essere sostituita con un circuito-aperto; ii) passiviamo il generatore di corrente indipendente i_i (sostituiamolo con un circuito-aperto); iii) applichiamo un generatore di prova v_x al posto di C_{GS} . Otteniamo la rete (sinistra)



La resistenza vista da C_{GS} è data dal rapporto tra v_x e la corrente i_x che v_x stesso deve erogare

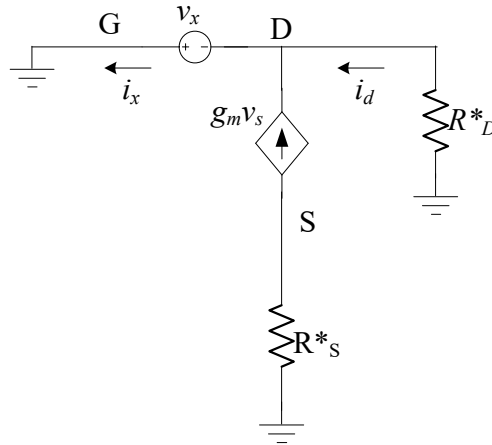
$$R_{CGS} = \frac{v_x}{i_x} = R_S^* // R_{I,S}$$

Per il calcolo di $R_{I,S}$ colleghiamo il generatore di prova direttamente al terminale di Source (figura a destra)

$$i_x = g_m v_s = g_m v_x \rightarrow R_{I,S} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{1}{g_m}$$

$$R_{CGS} = R_S^* // R_{I,S} = \frac{R_S^*}{1 + g_m R_S^*} = 2.83 \text{ k}\Omega$$

Per il calcolo di R_{CGD} i) assumiamo che, nella banda di interesse la capacità C_{GS} sia di valore sufficientemente piccolo da poter essere sostituita con un circuito-aperto; ii) passiviamo il generatore di corrente indipendente i_i (sostituiamolo con un circuito-aperto); iii) applichiamo un generatore di prova v_x al posto di C_{GD} . Otteniamo la rete



$$v_s = -g_m v_s R_S^* \rightarrow v_s = 0 \rightarrow i_d = i_x - g_m v_s = i_x$$

La resistenza vista da C_{GD} è data dal rapporto tra v_x e la corrente i_x che v_x stesso deve erogare

$$R_{CGD} = \frac{v_x}{i_x} = R_D^* = 50\Omega$$

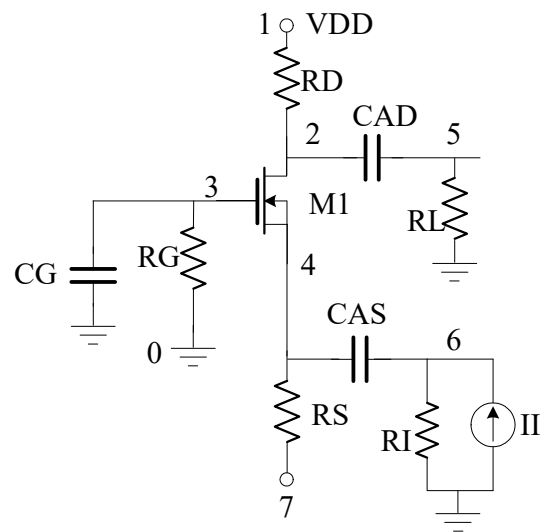
Avendo calcolato le 2 resistenze viste, possiamo passare alla stima di f_H attraverso il metodo delle costanti di tempo a circuito-aperto

$$f_H \approx \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{R_{CGS} C_{GS} + R_{CGD} C_{GD}} \right) \approx 244\text{MHz}$$

Soluzione p.5

netlist amplificatore CG con ingresso in corrente

```
VDD 1 0 20
VSS 7 0 -10
RG 3 0 1e6
RS 4 7 5k
RD 1 2 5k
CG 3 0 47n
CAD 2 5 47n
CAS 4 6 47n
M1 2 3 4 4 mosmodel L=10u W=1u
.model mosmodel NMOS KP=204e-6 VTO=0.5
+ CGDO=5e-10 CGSO=5e-10 TOX=1n
RI 6 0 1e5
RL 5 0 50
II 0 6 AC 1 SIN(0.1 0.05 100k)
.OP
.AC DEC 100 10 1e10
.FOUR 100k I(RL)
.TRAN 0.1u 10u
.PROBE I(RL)
.END
```

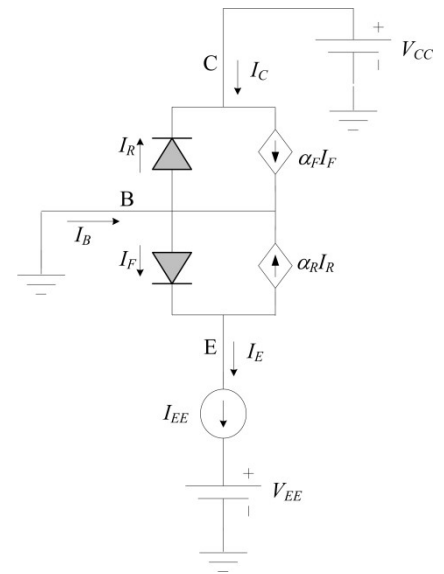


Soluzione p.2

Sostituiamo al BJT NPN il modello di Ebers-Moll come in figura.

Le equazioni che governano il comportamento del transistor sono

$$\begin{cases} I_F = \frac{I_S}{\alpha_F} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \\ I_R = \frac{I_S}{\alpha_R} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right) \\ I_C = \alpha_F I_F - I_R \\ I_E = I_F - \alpha_R I_R \end{cases}$$



mentre le equazioni che descrivono la topologia della rete sono

$$\begin{cases} I_E = I_{EE} = 100\mu\text{A} \\ V_{BC} = -V_{CC} = -5\text{V} \rightarrow I_R \approx -I_S / \alpha_R \end{cases}$$

combinando le equazioni si ottiene

$$\begin{cases} I_E = I_F - \alpha_R I_R \approx I_F + I_S \rightarrow I_F \approx I_E - I_S \approx I_{EE} \\ I_C = \alpha_F I_F - I_R \approx \alpha_F I_E - I_R \approx \alpha_F I_E = 95\mu\text{A} \end{cases}$$

$$I_F = \frac{I_S}{\alpha_F} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \rightarrow V_{BE} = V_T \ln \left(1 + \frac{\alpha_F I_F}{I_S} \right) = 0.71\text{V}$$

Il punto di lavoro di Q_1 è

$$Q_1 : \begin{cases} I_C = 95\mu\text{A} \\ I_E = 100\mu\text{A} \\ I_B = I_E - I_C = 5\mu\text{A} \\ V_{BE} = 0.71\text{V} \\ V_{BC} = -5\text{V} \end{cases}$$